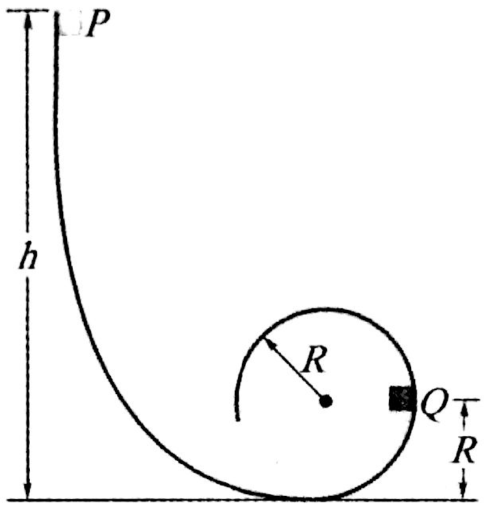
●●۶۰۰- در شکل ۸-۳۳ قطعهٔ کوچکی به جرم $m = ۰/۰۳۲ \text{kg}$ می‌تواند بر مسیر خمیدهٔ بدون اصطکاکی که شعاع حلقهٔ آن $R = ۱۲ \text{cm}$ است بلغزد. قطعه از حالت سکون در نقطهٔ P به ارتفاع $h = ۵/۰ R$ بالاتر از کف حلقه رها می‌شود. به هنگام حرکت از نقطهٔ P تا (الف) نقطهٔ Q و (ب) بالای حلقه، نیروی گرانشی چقدر کار روی قطعه انجام می‌دهد؟ اگر انرژی پتانسیل گرانشی سامانهٔ قطعه- زمین در پایین حلقه صفر در نظر گرفته شود، انرژی پتانسیل آن در (پ) نقطهٔ P ، (ت) نقطهٔ Q ، و

Scanned by CamScanner

(ث) بالای حلقه چقدر است؟ (ج) اگر قطعه را به جای رها کردن با تندی اولیهٔ رو به پایین در امتداد مسیر بلغزانیم، آیا پاسخ‌های (الف) تا (ث) افزایش می‌یابند یا کاهش یا بدون تغییر باقی می‌مانند؟



شکل ۸–۳۳ مسئله‌های ۶ و ۱۷

حل: (الف) $W_g = m\vec{g} \cdot \vec{d}$

d جابه‌جایی است.

$$W_g = mg(۵R - R) = ۴mgR$$

$$W_g = ۴ \times ۰/۰۳۲ \times ۹/۸ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۱۵\,\mathrm{J}$$

(ب) $W = m\vec{g} \cdot \vec{d} = mg(۵R - ۲R) = ۳mgR = ۰/۱۱\,\mathrm{J}$

(پ) $U = U_۰ + mgh = ۰ + mg۵R = ۰/۰۳۲ \times ۹/۸ \times ۰/۱۲ \times ۵$

$= ۰/۱۹\,\mathrm{J}$

(ت) $U = U_۰ + mgh = ۰ + mgR = ۰/۰۳۲ \times ۹/۸ \times ۰/۱۲$

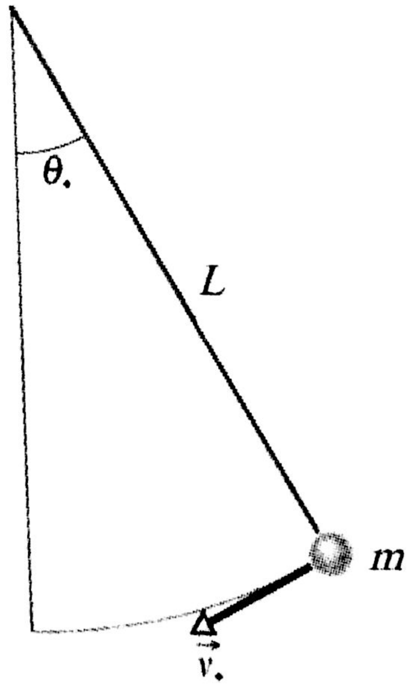
$= ۰/۰۳۸\,\mathrm{J}$

(ث) $U = U_۰ + mgh = ۰ + mg۲R = ۰/۰۷۵\,\mathrm{J}$

(ج) چون کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل دستگاه قطعه– زمین فقط به جرم و تغییر ارتفاع بستگی دارند. پس هیچ کدام از جواب‌ها تغییر نمی‌کنند.

Scanned by CamScanner

●●۷- شکل ۸-۳۴ میلهٔ باریکی به طول $L=۲/۰۰\,\text{m}$ و جرم ناچیز را نشان می‌دهد که می‌تواند در یک انتها حول محوری روی دایرهٔ قائمی بچرخد. گلوله‌ای به جرم $m=۵/۰۰\,\text{kg}$ به انتهای دیگر میله متصل شده است. میله را تا زاویهٔ $\theta_0=۳۰/۰°$ به یک طرف می‌کشیم و سپس با سرعت اولیهٔ $\vec{v}_0=۰$ رها می‌کنیم. وقتی گلوله به پایین‌ترین نقطهٔ مسیرش می‌رسد، (الف) نیروی گرانشی چقدر کار روی گلوله انجام



شکل ۸-۳۴ مسئله‌های ۷ ، ۱۸ و ۲۱

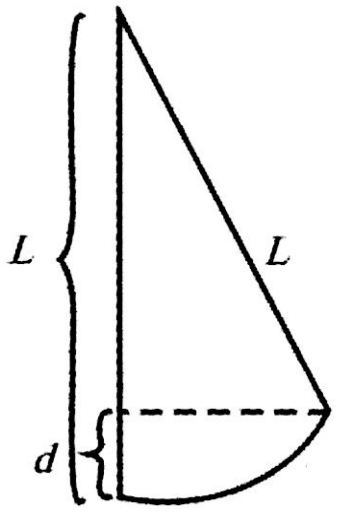
Scanned by CamScanner

می‌دهد؟ و (ب) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی سامانه گلوله–زمین چقدر است؟ (پ) اگر انرژی پتانسیل گرانشی در پایین‌ترین نقطه برابر صفر در نظر گرفته شود، مقدار آن درست در لحظهٔ رها شدن گلوله چقدر است؟ (ت) اگر زاویهٔ θ افزایش یابد، آیا بزرگی پاسخ‌های (الف) تا (پ) افزایش می‌یابد یا کاهش یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟

حل: (الف) $W_g = m\vec{g} \cdot \vec{d} = mgd$

d جابه‌جایی است در راستای قائم که برابر است با $L(۱-\cos\theta)$

$W_g = ۵ \times ۹/۸ \times ۲ \times (۱-\cos ۳۰^\circ) = ۱۳/۱\text{J}$



(ب) $\Delta u = U_f - U_i = -W_g = -۱۳/۱\text{J}$

(پ) $\Delta U = U_\circ - U = \circ - U \Rightarrow U = -\Delta U = ۱۳/۱\ \text{J}$

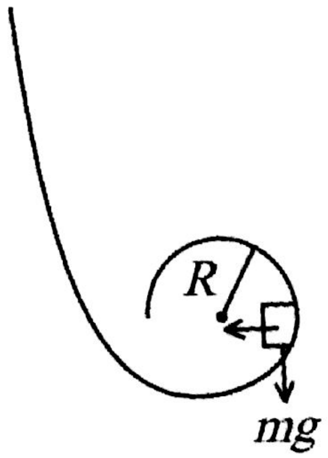
(ت) اگر زاویهٔ θ افزایش یابد، ارتفاع گلوله هم افزایش می‌یابد. پس انرژی‌ها افزایش می‌یابند و کار بیشتر می‌شود.

Scanned by CamScanner

●●۱۷- در مسئله ۶ ، بزرگی‌های (الف) مؤلفهٔ افقی و (ب) مؤلفهٔ قائم نیروی *برآیند* وارد بر قطعه در نقطهٔ Q چقدر است؟ (پ) قطعه را از حالت سکون از چه ارتفاع h باید رها کرد تا در بالاترین نقطهٔ حلقه در آستانهٔ قطع تماس با مسیر قرار گیرد؟ (*در آستانهٔ قطع تماس* به این معناست که نیروی عمودی وارد بر قطعه از طرف مسیر، از آن پس مقدارش صفر است.) (ت) بزرگی نیروی عمودی وارد بر قطعه در بالای حلقه را برحسب ارتفاع اولیهٔ h ، برای گسترهٔ $h=۰$ تا $h=۶R$ رسم کنید.

حل: (الف) نیروی افقی برابر است با نیروی مرکزگرا

$$m\frac{v^{۲}}{R}$$



Scanned by CamScanner

مقدار $\frac{mv^{۲}}{R}$ را با استفاده از بقای انرژی می‌یابیم.

$$E_i = E_f \Rightarrow mgh_i = \frac{۱}{۲}mv_f^{۲} + mgh_f$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_f^{۲} = mg(h_i - h_f)$$

$$mv_f^{۲} = ۲mg(۵R - R) = ۸\,mgR \Rightarrow \frac{mv_f^{۲}}{R} = ۸\,mg$$

$$\Rightarrow \frac{mv^{۲}}{R} = ۸ \times ۰/۰۳۲ \times ۹/۸ = ۲/۵\,\text{N}$$

(ب)نیروی قائم همان نیروی وزن است.

$$mg = ۰/۰۳۲ \times ۹/۸ = ۰/۳۱\,\text{N}$$

(پ) برای قطعه می‌نویسیم

$$mg + N = m\frac{v_f^{۲}}{R}$$

که در آن N نیروی عمودی رو به بالاست. برای آستانهٔ قطع تماس $N = ۰$ است. پس $mg = m\frac{v_f^{۲}}{R}$. ارتفاع را با پایستگی انرژی می‌یابیم:

$$E_i = E_f \Rightarrow mgh_i = \frac{۱}{۲}mv_f^{۲} + mg۲R$$

$$mgh_i = \frac{۱}{۲}mgR + ۲mgR \Rightarrow h_i = \frac{۵}{۲}R = ۰/۳\,\text{m}$$

(ت)

$$mg + N = m\frac{v^{۲}}{R} \Rightarrow N = -mg + m\frac{v^{۲}}{R}$$

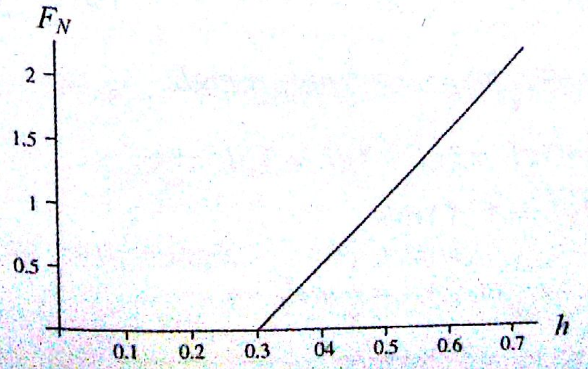
$$E_i = E_f \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^{۲} + mg۲R \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^{۲} = mgh - ۲mgR$$

$$\frac{mv^{۲}}{R} = ۲mg\frac{h}{R} - ۴mg$$

مقدار $\frac{mv^{۲}}{R}$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$N = ۲mg\frac{h}{R} - ۵mg$$

بنابراین نمودار برای $h \geq ۲/۵R = ۰/۳۰\,\text{m}$، به صورت خطی راست با شیب مثبت $۲mg/R$ است. توجه کنید که برای $h \leq ۲/۵R$ نیروی عمودی صفر است.



Scanned by CamScanner

●●۱۸۰۰- (الف) در مسئلهٔ ۷ ، تندی گلوله در پـایین‌تـرین نقطـه چقدر است؟ (ب) اگر جرم گلولـه افـزایش یابـد آیـا تنـدی آن افزایش می‌یابد یا کاهش یا بدون تغییر می‌ماند؟

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم:

Scanned by CamScanner

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_i^۲ + mgh_i = \frac{۱}{۲}mv_f^۲ + mgh_f$$

$$v_i = ۰$$

$$\frac{۱}{۲}mv_f^۲ = mg(h_i - h_f) = mg\Delta h = mgL(۱ - \cos\theta)$$

$$v_f = \sqrt{۲gL(۱ - \cos\theta)}$$

$$v_f = \sqrt{۲ \times ۹/۸ \times ۲ \times (۱ - \cos ۳۰°)} = ۲/۲۹\,\text{m/s}$$

(ب) جواب نهایی به جرم بستگی ندارد. پس تندی نهایی تغییر نمی‌کند.

Scanned by CamScanner

۲۱۰۰●● - شکل ۸-۳۴ آونگی به طول $L = ۱/۲۵\text{m}$ را نشان می‌دهد. تندی وزنهٔ آونگ (که به طور مؤثری جرم کل آونگ را دارد) در لحظه‌ای که ریسمان با خط قائم زاویهٔ $\theta_\circ = ۴۰/۰^\circ$ را می‌سازد، برابر با $v_\circ$ است. (الف) اگر $v_\circ = ۸/۰۰\text{m/s}$ باشد، تندی وزنهٔ آونگ در لحظه‌ای که در پایین‌ترین مکانش قرار دارد چقدر است؟ اگر آونگ رو به پایین تاب بخورد و سپس تا (ب) وضعیت افقی و (پ) وضعیت قائم به گونه‌ای بالا برود که ریسمان به وضعیت مستقیم برسد، کمترین مقداری که $v_\circ$ می‌تواند داشته باشد چقدر است؟ (ت) اگر $\theta_\circ$ به اندازهٔ چند درجه افزایش یابد آیا پاسخ‌های (ب) و (پ) افزایش می‌یابند یا کاهش، یا بدون تغییر باقی می‌مانند؟

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم:

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{۱}{۲} m v_i^۲ + mgh_i = \frac{۱}{۲} m v_f^۲ + mgh_f$$

Scanned by CamScanner

$$\frac{۱}{۲}mv_f^۲ = \frac{۱}{۲}mv_i^۲ + mg(h_i - h_f)$$

$$h_i - h_f = \Delta h = L(۱ - \cos\theta)$$

$$v_f^۲ = v_i^۲ + ۲gL(۱ - \cos\theta) \qquad v_i = v_۰$$

$$v_f = \sqrt{۶۴ + ۲\times ۹/۸ \times ۱/۲۵(۱ - \cos ۴۰^\circ)} = ۸/۳۵\,\text{m/s}$$

(ب) برای آنکه به وضعیت افقی برسد، فرض می‌کنیم سرعت در آنجا صفر باشد.

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_i^۲ + mgh_i = ۰ + mgh_f$$

$$v_i = v_۰$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۰^۲ = mg(h_f - h_i) \Rightarrow v_۰^۲ = ۲g(h_f - h_i)$$

اگر مبدأ را افق بگیریم آنگاه $h_i = L\cos\theta$ و $h_f = ۰$

$$v_۰^۲ = ۲gL\cos\theta$$

$$v_۰ = \sqrt{۲\times ۹/۸ \times ۱/۲۵ \times \cos(۴۰^\circ)} = ۴/۳۳\,\text{m/s}$$

(پ) بردار حالتی که ریسمان مستقیم بماند، نیروی مرکزگرا (در بالا) باید (دست‌کم) برابر نیروی وزن باشد.

$$\frac{mv_t^۲}{r} = mg \Rightarrow mv_t^۲ = m\,g\,L$$

به‌جای $r = L$ قرار داده‌ایم.

$$K_۰ + U_۰ = K_۱ + U_۱$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۰^۲ + mgL(۱ - \cos\theta_۰) = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mg(۱ - \cos ۱۸۰^\circ)$$

$$\frac{۱}{۲}mv_۰^۲ + mgL(۱ - \cos\theta_۰) = \frac{۱}{۲}(mgL) + mg(۲L)$$

با حل رابطهٔ بالا برای $v_۰$ داریم

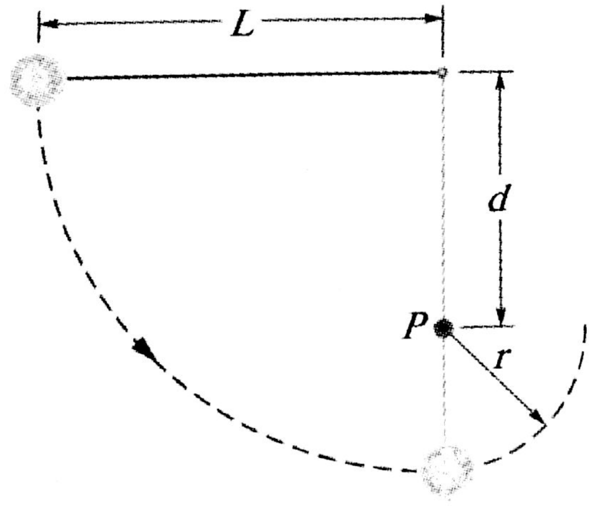
$$v_۰ = \sqrt{gL(۳ + ۲\cos\theta_۰)}$$

$$= \sqrt{(۹/۸۰\,\text{m/s}^۲)(۱/۲۵\,\text{m})(۳ + ۲\cos ۴۰^\circ)} = ۷/۴۵\,\text{m/s}$$

(ت) اگر θ افزایش یابد، $\cos\theta$ کاهش می‌یابد. پس جواب‌های ب و پ کوچک‌تر می‌شوند.

Scanned by CamScanner

۲۳●●- ILW به یک سر ریسمان شکل ۸-۳۸ که طول آن $L=۱۲۰\,\text{cm}$ است گلوله‌ای متصل شده، و سر دیگر آن در جایی ثابت شده است. فاصلهٔ d از انتهای ثابت شده تا نقطهٔ P که در آنجا میخی کوبیده شده، $۷۵/۰\,\text{cm}$ است. وقتی گلوله‌ای که در ابتدا ساکن است مطابق شکل از وضعیتی که در آن ریسمان افقی است رها شود، گلوله در امتداد کمان خط‌چین تاب می‌خورد. هنگامی که گلوله (الف) به پایین‌ترین نقطه‌اش و (ب) بالاترین نقطه‌اش پس از گیر کردن ریسمان در میخ می‌رسد، تندی گلوله چقدر است؟



شکل ۸-۳۸ مسئله‌های ۲۳ و ۷۰

حل: (الف) از قانون پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم

$$E_i=E_f \Rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}mv_f^{۲}-mgL \Rightarrow v_f^{۲}=۲gL$$

$$v_f=\sqrt{۲\times ۹/۸\times ۱/۲}=۴/۸۵\,\text{m/s}$$

(ب) و از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم:

$$E_i=E_f \Rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}mv_f^{۲}-mg(L-۲r)$$

$$r=L-d \Rightarrow ۲r=۲L-۲d$$

Scanned by CamScanner

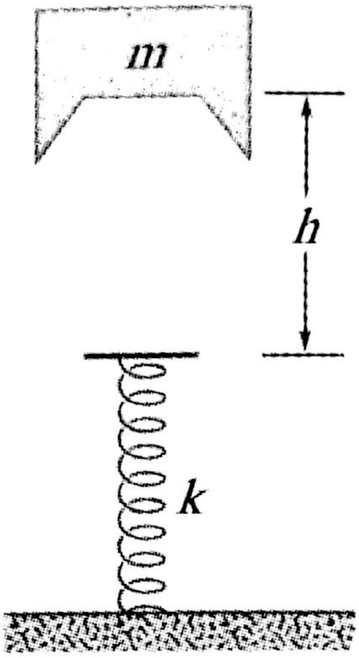
$$\circ = \frac{۱}{۲} m v_f^{۲} - mg(L - ۲L + ۲d) \Rightarrow \circ = \frac{۱}{۲} m v_f^{۲} - mg(۲d - L)$$

$$\Rightarrow v_f^{۲} = ۲g(۲d - L)$$

$$v_f = \sqrt{۲ \times ۹/۸(۱/۵ - ۱/۲)} = ۲/۴۲ \mathrm{m/s}$$

Scanned by CamScanner

۲۴۰۰- قطعه‌ای به جرم $m = ۲/۰\,\mathrm{kg}$ از ارتفاع $h = ۴۰\,\mathrm{cm}$ روی فنری با ثابت فنر $k = ۱۹۶۰\,\mathrm{N/m}$ رها می‌شود (شکل ۸-۳۹). فاصلهٔ بیشینه‌ای را که فنر فشرده می‌شود پیدا کنید.



شکل ۸–۳۹ مسئلهٔ ۲۴

حل: از قانون پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. نقطهٔ با بیشترین فشردگی فنر را مبدأ در نظر می‌گیریم.

$$E_i = E_f \Rightarrow mg(h + x) = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$\frac{۱}{۲}kx^۲ - mgx - mgh = ۰ \Rightarrow kx^۲ - ۲mgx - ۲mgh = ۰$$

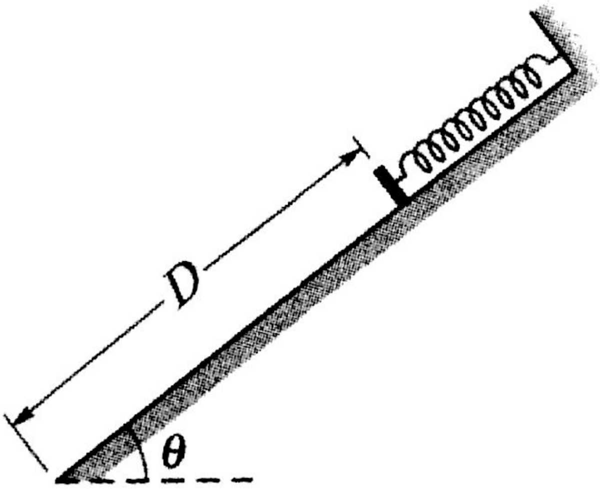
از حل معادلهٔ درجهٔ ۲ داریم:

$$x = \frac{۱}{k}\left[mg \pm \sqrt{m^۲g^۲ + ۲mgkh}\right]$$

با عددگذاری به‌دست می‌آوریم $x = ۰/۱\,\mathrm{m}$ و $(x > ۰)$

Scanned by CamScanner

●●۳۳- GO در شکل ۸-۴۶، فنری با ثابت فنـر $k=۱۷۰\,N/m$ در بالای سطح شیبدار بدون اصـطکاکی بـا زاویـهٔ شـیب $\theta=۳۷/۰°$ قرار دارد. انتهای پایینی سطح شیبدار از سر آزاد فنـر کـه در طـول واهلیده‌اش است، $D=۱/۰۰\,m$ فاصله دارد. فنر با یـک قـوطی بـه جرم $۲/۰۰\,kg$ به اندازهٔ $۰/۲۰۰\,m$ فشرده شده و سپس از حالـت سکون رها می‌شود. (الف) تندی قوطی در لحظه‌ای که فنر دوبـاره به طول آزادش می‌رسد (که این، همـان زمـانی اسـت کـه تمـاس قوطی با فنر قطع می‌شود) چقدر است؟ (ب) تندی قوطی در لحظهٔ رسیدن به پایین سطح شیبدار چقدر است؟



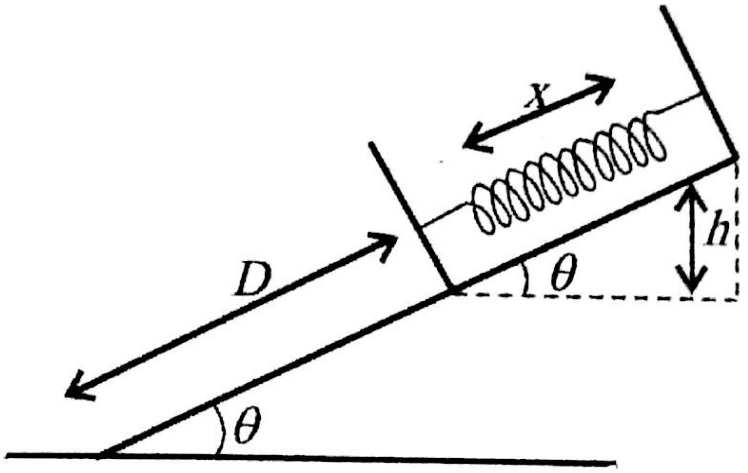
شکل ۸-۴۶ مسئله ۳۳

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم.

$$E_i = E_f$$

Scanned by CamScanner

$$\frac{۱}{۲}kx^۲ + mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ + ۰$$



h تغییر ارتفاع است.

$$h = x\sin\theta$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}kx^۲ + mgx\sin\theta \Rightarrow v^۲ = \frac{k}{m}x^۲ + ۲gx\sin\theta$$

$$v = \sqrt{\frac{۱۷۰}{۲}\times(۰/۲)^۲ + ۲\times۹/۸\times۰/۲\times\sin ۳۷° } = ۲/۴۰\,\text{m/s}$$

(ب) دوباره از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. در اینجا تغییر ارتفاع برابر است با

$$h' = (D + x)\sin\theta = (۱ + ۰/۲)\sin(۳۷°) = ۰/۷۲\,\text{m}$$

$$E_i = E_f$$

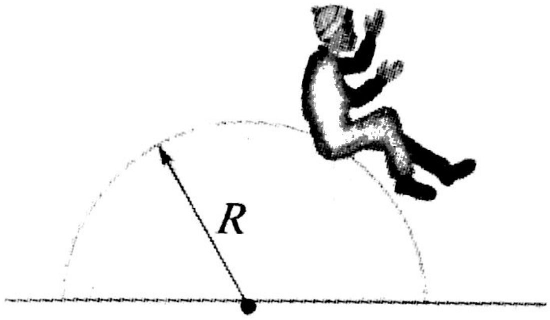
$$mgh' + \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$v^۲ = \frac{k}{m}x^۲ + ۲gh' \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۱۷۰}{۲}(۰/۲)^۲ + ۲\times۹/۸(۰/۷۲)}$$

$$= ۴/۱۹\,\text{m/s}$$

Scanned by CamScanner

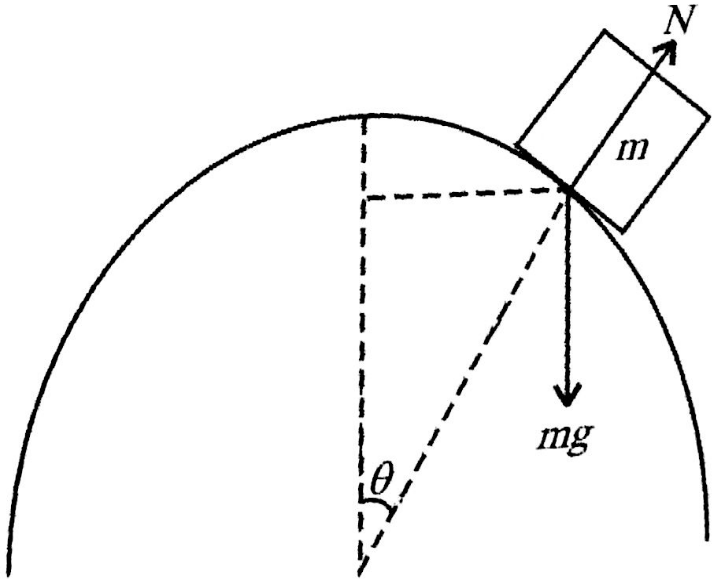
●●●۳۴- پسر بچه‌ای در ابتدا بالای یک تپهٔ یخی به شکل نیمکره به شعاع $R = ۱۳/۸ \mathrm{m}$ نشسته است. او با تندی اولیهٔ ناچیزی شروع به لغزیدن می‌کند (شکل ۸-۴۷). یخ را بدون اصطکاک فرض کنید. پسر بچه در چه ارتفاعی از یخ جدا می‌شود؟



شکل ۸-۴۷ مسئلهٔ ۳۴

حل: نیروهای وارد بر بچه در راستای شعاع را می‌نویسیم N نیروی عمودی وارد از سطح است.

$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{R}$$



$$N = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{R}$$

برای یافتن $m\frac{v^۲}{R}$ از قانون پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم.

$$E_i = E_f \Rightarrow mgR = \frac{۱}{۲}mv^۲ + mgR\cos\theta$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = mgR(۱-\cos\theta) \Rightarrow \frac{mv^۲}{R} = ۲mg(۱-\cos\theta)$$

جایگذاری می‌کنیم

$$\Rightarrow N = mg\cos\theta - ۲mg(۱-\cos\theta)$$

$$N = mg[۳\cos\theta - ۲]$$

بچه در جایی جدا می‌شود که $N = ۰$ باشد. پس

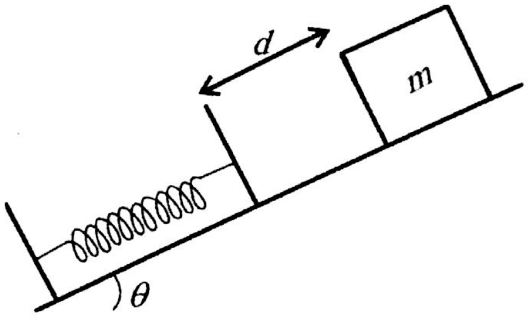
$$۳\cos\theta - ۲ = ۰ \Rightarrow \cos\theta = \frac{۲}{۳}$$

ارتفاع جدایی برابر است با

$$h = R\cos\theta = \frac{۲}{۳}(۱۳/۸) = ۹/۲\text{m}$$

Scanned by CamScanner

●●●۳۵- در شکل ۸–۴۸، قطعه‌ای بـه جـرم $m = ۳/۲۰\ kg$ روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ شـیب $\theta = ۳۰/۰°$ از حالت سکون شروع به لغزیدن می‌کند و پس از طی مسـافت d بـه فنری با ثابت فنر $۴۳۱\ N/m$ برخورد می‌کند. وقتی قطعه به توقـف لحظه‌ای می‌رسد، فنر را به اندازهٔ $۲۱/۰\ cm$ فشرده می‌کنـد. (الـف) مسافت d و (ب) فاصلهٔ میـان اولـین نقطـهٔ تمـاس قطعـه- فنـر و نقطه‌ای که در آنجا قطعه بیشترین تندی را دارد چقدر است؟



شکل ۸–۴۸ مسئلهٔ ۳۵

حل: **(الف)** از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم و مبدأ را جـایی می‌گیریم که فنر بیشترین فشردگی را دارد.
h ارتفاع است.

$$h = (x + d)\sin\theta = \frac{۱}{۲}(x + d)$$

$$E_i = E_f \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}kx^{۲} \Rightarrow mg\frac{۱}{۲}(x + d) = \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$d = \frac{k}{mg}x^{۲} - x \Rightarrow d = \frac{۴۳۱}{۳/۲ \times ۹/۸}(۰/۲۱)^{۲} - ۰/۲۱$$
$$= ۰/۳۹۶\,m$$

(ب) انرژی جنبشی را به صورت تابعی از طـول فشـردگی فنـر می‌نویسیم. از آن مشتق می‌گیریم و شرط بیشـینه بـودن را روی آن اعمال می‌کنیم.

$$E_i = E_f$$

E_i برابر با انرژی کل در لحظهٔ رسیدن قطعه به فنـر اسـت کـه برابر است با

$$E_i = mgh = mgd\sin\theta = \frac{۱}{۲}mgd = \frac{۱}{۲} \times ۳/۲ \times ۹/۸ \times ۰/۴$$

$$= ۶/۲۷\,\mathrm{J}$$

$$E_f = \frac{۱}{۲}mv^{۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲} - mgh'$$

در اینجا مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را طول آزاد فنر در نظر می‌گیریم.

$$h' = x\sin\theta$$

$$\frac{۱}{۲}mv^{۲} + \frac{۱}{۲}kx^{۲} - mg\,x\sin\theta = ۶/۲۷\,\mathrm{J}$$

$$k = ۶/۲۷ + mgx\sin\theta - \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$k = ۶/۲۷ + ۱۵/۶۸x - ۲۱۵/۵x^{۲}$$

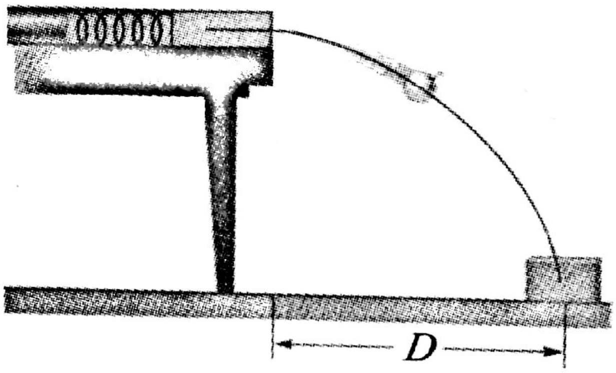
چون در نقطه‌ای که سرعت بیشینه است، انرژی جنبشی نیز بیشینه است پس

$$\frac{dk}{dx} = ۰ \Rightarrow ۱۵/۶۸ - ۴۳۱x = ۰$$

$$x = \frac{۱۵/۶۸}{۴۳۱} = ۰/۰۳۶۴\,\mathrm{m} \approx ۳/۶۴\,\mathrm{cm}$$

Scanned by CamScanner

●●●۳۶- دو بچه در حال بازی‌اند و می‌خواهند با تیله‌هایی که از یک تفنگ فنری پر شده واقع بر یک میز شلیک می‌شـوند، جعبهٔ کوچکی را در کف اتاق هدف قرار دهند. جعبهٔ هـدف در فاصلهٔ افقی $D=۲/۲۰\text{m}$ از لبهٔ میز قـرار دارد؛ شـکل ۸-۴۹ را ببینید. یکی از آنها فنر را به اندازهٔ $۱/۱۰\text{cm}$ فشرده می‌کند، ولـی تیله $۲۷/۰\text{cm}$ در فاصلهٔ کوتاه‌تری نسبت به مرکز جعبه به زمین می‌افتد. نفر بعدی چقدر باید فنر را فشرده کند تا تیله درست به هدف بخورد؟ فرض کنید نه بر فنر و نه بر تیله هیچ اصـطکاکی از طرف تفنگ وارد نمی‌شود.



شکل ۸-۴۹ مسئلهٔ ۳۶

حل: گلوله یک پرتابه است پس

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^{۲}}{۲v_{\circ}^{۲}\cos\theta}$$

$\theta=\circ$ است پس

$$y = -\frac{gx^{۲}}{۲v_{\circ}^{۲}}$$

برای گلولهٔ اول و دوم داریم

$$\frac{y_{۲}}{y_{۱}} = \left(\frac{x_{۲}}{x_{۱}}\right)^{۲}\left(\frac{v_{\circ۱}}{v_{\circ۲}}\right)^{۲} = ۱ \Rightarrow \frac{v_{\circ۲}}{v_{\circ۱}} = \frac{x_{۲}}{x_{۱}}$$

Scanned by CamScanner

برای به‌دست آوردن سرعت‌های v_{02} و v_{01} از قـانون پایسـتگی انرژی استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}kd_1^2=\frac{1}{2}mv_{01}^2 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2}kd_2^2=\frac{1}{2}mv_{02}^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_{02}}{v_{01}}=\frac{d_2}{d_1}$$

جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{x_2}{x_1}\Rightarrow d_2=\frac{x_2}{x_1}d_1$$

$$d_2=\frac{2/2}{2/2-0/27}1/1=1/25\text{cm}$$

Scanned by CamScanner

۴۱●●●- تک نیروی پایستار $F(x)$ روی ذره‌ای به جرم $۱/۰\text{kg}$ که در امتداد محور x حرکت می‌کند، وارد می‌شود. انرژی پتانسیل $U(x)$ وابسته به $F(x)$ با رابطهٔ زیر داده می‌شود

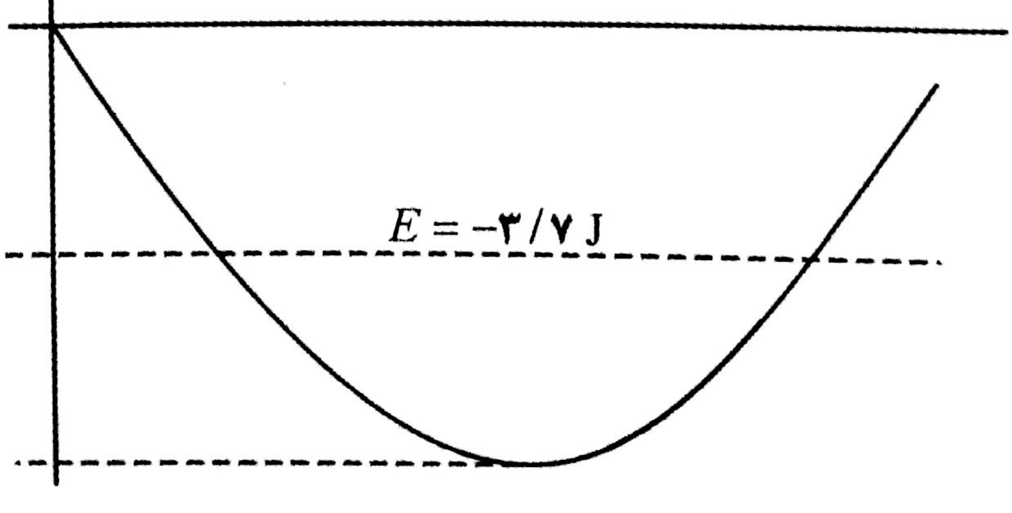
$$U(x) = -۴xe^{-x/۴}\text{J}$$

که در آن x برحسب متر است. در $x = ۵/۰\text{m}$ ، انرژی جنبشی ذره $۲/۰\text{J}$ است. (الف) انرژی مکانیکی سامانه چقدر است؟ (ب) نمودار $U(x)$ را به‌صورت تابعی از x در بازهٔ $۰ \le x \le ۱۰\text{m}$ رسم کنید و روی آن خطی را که نمایانگر انرژی مکانیکی سامانه است بکشید. با استفاده از قسمت (ب) مقدار(پ) کمینهٔ x و (ت) بیشینهٔ x را که ذره بین آن دو می‌تواند حرکت کند به‌دست آورید. (ث) با استفاده از قسمت (ب) انرژی جنبشی بیشینهٔ ذره را به‌دست آورید و (ج) در آن لحظه مقدار x را تعیین کنید. (چ) معادلهٔ مربوط به تابع $F(x)$ برحسب x را بنویسید. (ح) به ازای چه مقداری (متناهی) از x، $F(x) = ۰$ است؟

حل: (الف)

$$E = K + U = ۲ + U(۵) = ۲ + -۴ \times ۵e^{-۵/۴} = -۳/۷\,\text{J}$$

(ب)



Scanned by CamScanner

(پ) و (ت) برای یافتن نقاط برگشت، انرژی پتانسیل را با انرژی کل برابر قرار می‌دهیم:

$$-۳/۷۳۱ = -۴x e^{-x/۴}$$

$$x = ۱/۲۹\,\mathrm{m}$$

$$x = ۹/۱۲$$

ذره‌بین این دو نقطه می‌تواند حرکت کند.

(ث) و (ج) وقتی ذره در $x = ۴$ قرار دارد، انرژی پتانسیل آن کمینه است، چون $\left.\frac{dU(x)}{dx}\right|_{۴} = ۰$ است. طبق اصل بقای انرژی داریم.

$$E = U(۴) + K \Rightarrow K = E - U$$

$$K_{\max} + E - U_{\max} \Rightarrow K_{\max} = -۳/۷۳۱ + ۵/۸۹ = ۲/۱۶\mathrm{J}$$

(چ)
$$F(x) = \frac{-dU(x)}{dx} = ۴\left(۱ - \frac{x}{۴}\right)e^{-x/۴}$$

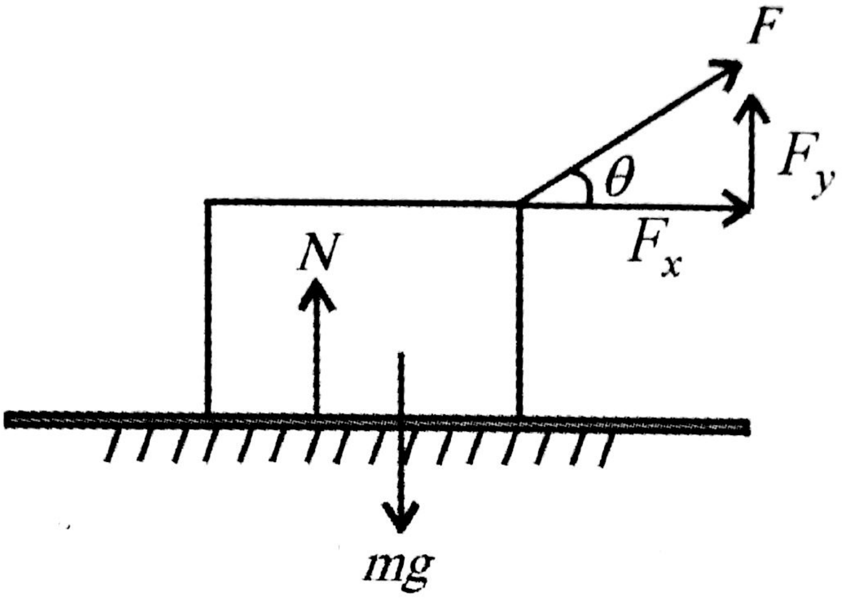
(ح)
$$F(x) = ۰ \Rightarrow x = ۴/۰\,\mathrm{m}$$

Scanned by CamScanner

●●۴۵۰- SSM از طناب برای کشیدن قطعه‌ای به جرم $۳/۵۷\,\mathrm{kg}$ روی یک کف افقی استفاده شده است. طناب نیرویی به بزرگی $۷/۶۸\,\mathrm{N}$ را در جهت $۱۵/۰^\circ$ بالای افق به قطعه وارد می‌آورد و آن را با تندی ثابت به اندازهٔ $۴/۰۶\,\mathrm{m}$ جابه‌جا می‌کند. مطلوب است (الف) کار انجام شده توسط نیروی طناب، (ب) افزایش انرژی گرمایی سامانهٔ قطعه- کف، (پ) ضریب اصطکاک جنبشی میان قطعه و کف.

حل: (الف) چون تندی ثابت است، نیروی اصطکاک برابر است با $F\cos\theta$.

Scanned by CamScanner



$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta = ۷/۶۸ \times ۴/۰۶ \cos(۱۵°)$$

$$W = ۳۰/۱\text{J}$$

(ب) این افزایش انرژی گرمایی برابر است با کار نیروی اصطکاک. از طرفی چون تغییر انرژی جنبشی صفر است پس:

$$\Delta K = W + W_{f_k} = ۰ \Rightarrow W_{f_k} = -W = -۳۰/۱\text{J}$$

$$Q = ۳۰/۱\text{J}$$

(پ)

$$F\cos\theta = f_k = \mu_k N$$

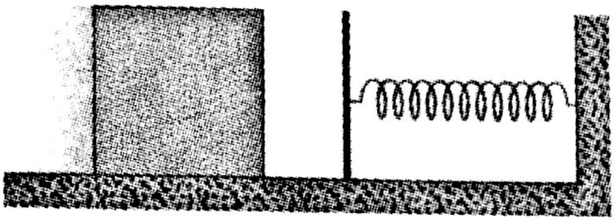
$$N = mg - F\sin\theta$$

$$\Rightarrow F\cos\theta = \mu_k(mg - F\sin\theta) \Rightarrow \mu_k = \frac{F\cos\theta}{mg - F\sin\theta}$$

$$\mu_k = \frac{۷/۶۸\cos(۱۵°)}{۳/۵۷ \times ۹/۸ - ۷/۶۸\sin(۱۵°)} = ۰/۲۲۵$$

Scanned by CamScanner

●●۵۵- ILW در شکل ۸-۵۴، قطعه‌ای به جرم $m = ۲/۵\,\text{kg}$ به طرف فنری با ثابت فنر $k = ۳۲۰\ \text{N/m}$ می‌لغزد. وقتی قطعه متوقف شود، فنر را به اندازهٔ $۷/۵\text{cm}$ فشرده می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه و سطح ۰/۲۵ است. در حین تماس قطعه با فنر تا هنگام توقف (الف) کار انجام توسط نیروی فنر و (ب) افزایش انرژی گرمایی سامانهٔ قطعه- سطح چقدر است؟ (پ) تندی قطعه درست در لحظه‌ای که به فنر می‌رسد چقدر است؟



شکل ۸-۵۴ مسئلهٔ ۵۵

حل: (الف)

$$W_s = -\frac{۱}{۲} k x^۲$$

$$W_s = -\frac{۱}{۲} \times ۳۲۰ \times (۰/۰۷۵)^۲ = -۰/۹\,\text{J}$$

(ب) این افزایش انرژی برابر است با کار نیروی اصطکاک.

$$Q = f_k d = \mu_k mgd = ۰/۲۵ \times ۲/۵ \times ۹/۸ \times ۰/۰۷۵ = ۰/۴۶\text{J}$$

(پ)

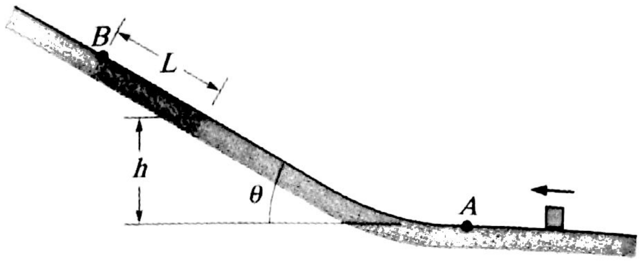
$$W_{f_k} = E_f - E_i \qquad E_i = \frac{۱}{۲} m v^۲ \qquad E_f = \frac{۱}{۲} k x^۲$$

$$-۰/۴۶ = ۰/۹ - \frac{۱}{۲} m v^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} m v^۲ = ۱/۳۶$$

$$v^۲ = \frac{۲/۷۲}{۲/۵} \Rightarrow v = ۱/۰۴۳\,\text{m/s}$$

Scanned by CamScanner

۶۲ ●●● در شکل ۸-۵۶، قطعه‌ای بر مسیر بدون اصطکاکی [رو به بالا] می‌لغزد تا اینکه به بخشی به طول $L = ۰/۷۵\,\text{m}$ می‌رسد که در ارتفاع $h = ۲/۰\,\text{m}$ روی شیبی با زاویهٔ $\theta = ۳۰^\circ$ آغاز می‌شود. در این بخش، ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۴۰ است. قطعه با تندی $۸/۰\,\text{m/s}$ از نقطهٔ A عبور می‌کند. اگر قطعه بتواند به نقطهٔ B برسد (جایی که اصطکاک به پایان می‌رسد)، تندی قطعه در آن نقطه چقدر است؟ و اگر نتواند به آن نقطه برسد، بیشترین ارتفاعی که در بالای نقطهٔ A می‌تواند به آن برسد چقدر است؟



شکل ۸-۵۶ مسئلهٔ ۶۲

حل: انرژی جنبشی جسم را در ارتفاع h می‌یابیم

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{۱}{۲} m v_۰^۲ = K + mgh$$

m جرم جسم است.

$$K = \frac{۱}{۲} \times m \times ۶۴ - m \times ۹/۸ \times ۲ = m\,(۳۲ - ۱۹/۶) = ۱۲/۴m$$

انرژی جنبشی قطعه را در B می‌یابیم.

$$W_{f_k} = E_f - E_i$$

$$E_i = ۱۲/۴\,m$$

$$E_f = K_f + mgL\sin\theta$$

$$W_{f_k} = -\mu_k mg\cos\theta L$$

$$\Rightarrow -\mu_k mg\cos\theta L = K_f + mgL\sin\theta - ۱۲/۴\,m$$

$$K_f = ۱۲/۴\,m - ۰/۴(۹/۸)(۰/۸۶)(۰/۷۵)m$$

$$-۹/۸(۰/۷)(۰/۵)m = ۶/۴\,m$$

چون $K_f > ۰$ است. پس ذره در B دارای سرعت است و می‌تواند به ارتفاع بالاتری برود.

برای یافتن تندی قطعه در نقطهٔ B داریم.

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow -\mu_k mgL\cos\theta = mgL\sin\theta$$

$$+\frac{۱}{۲} m v^۲ - ۱۲/۴\text{m}$$

$$\frac{۱}{۲} v^۲ = -gL(\mu_k \cos\theta + \sin\theta) + ۱۲/۴$$

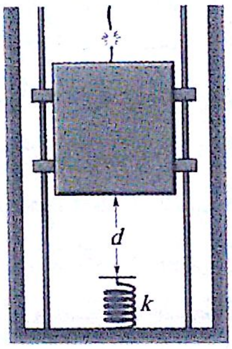
$$\frac{۱}{۲} v^۲ = -۹/۸ \times ۰/۷۵ (۰/۴ \times ۰/۸۶ + ۰/۵) + ۱۲/۴$$

Scanned by CamScanner

$v = ۳/۵\,\text{m/s}$

Scanned by CamScanner

●●●۶۳- کابل اتاقک آسان‌بری به جرم ۱۸۰۰kg هنگامی که اتاقک در طبقهٔ اول ساکن است و کف آن به فاصلهٔ $d = ۳/۷\text{m}$ بالای فنری با ثابت فنر $k = ۰/۱۵\text{MN/m}$ قرار دارد، مطابق شکل ۸-۵۷ پاره می‌شود. یک وسیلهٔ ایمنی، اتاقک را به میله‌های هدایت‌کنندهٔ مقابل آن محکم کرده است، طوری که نیروی اصطکاک ثابت $۴/۴\text{kN}$ با حرکت اتاقک مخالفت می‌کند. (الف) تندی اتاقک را درست پیش از برخورد با فنر به دست آورید. (ب) مسافت بیشینهٔ x را که فنر فشرده می‌شود به دست آورید (نیروی اصطکاک در حین این فشردگی کماکان وارد می‌شود). (پ) مسافتی را که اتاقک رو به بالا وامی‌جهد به دست آورید. (ت) با استفاده از پایستگی انرژی، مسافت کل تقریبی را که اتاقک پیش از متوقف شدن طی می‌کند بیابید. (فرض کنید نیروی اصطکاک وارد بر اتاقک در لحظه‌ای که اتاقک ساکن است، ناچیز باشد.)



شکل ۸-۵۷ مسئلهٔ ۶۳

حل: (الف)

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow -f_k x = \frac{۱}{۲} mv^۲ - mgx$$

$$\frac{۱}{۲} mv^۲ = -۴/۴ \times ۳/۷ \times ۱۰^۳ + ۱۸۰۰ \times ۹/۸ \times ۳/۷ = ۴۸۹۸۸\ \text{J}$$

$$v^۲ = \frac{۹۷۹۷۶}{۱۸۰۰} \Rightarrow v = ۷/۴\ \text{m/s}$$

(ب) E_i در اینجا همان انرژی جنبشی است که در (الف) به‌دست آمد.

$$k = mg(-x) + \frac{۱}{۲} k x^۲ + f x$$

با جای‌گذاری $\beta = mg - f = ۱/۳ \times ۱۰^۴\ \text{N}$ و $K = ۴/۹ \times ۱۰^۴\ \text{J}$ داریم

$$x = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^۲ + ۲kK}}{k} = ۰/۹۰\text{m}$$

(پ) مجدداً داریم

$$\frac{۱}{۲} k x^۲ = mgd' + f d' \Rightarrow d' = \frac{k x^۲}{۲(mg + d)} = ۲/۸\text{m}$$

d طول فشرده شدهٔ فنر اولیه است.

Scanned by CamScanner

(ت) آسانسور روی فنر ثابت می‌ماند و بخش از انرژی آن در آسانسور ذخیره می‌شود ولی دیگر به بالا نمی‌جهت و بخش دیگر انرژی آن براثر اصطکاک تلف شده است. طول فشرده را می‌یابیم.

$$mg = kd \Rightarrow d = \frac{mg}{k} = \frac{۱۸۰۰ \times ۹/۸}{۱۵۰۰۰۰} = ۰/۱۲\,\mathrm{m}$$

d : طول فشردگی فنر

مجدداً می‌توان نوشت

$$W_{f_h} = E_f - E_i$$

$$W_{f_h} = f_k y$$ y کل مسافت طی شده

$$E_f = K_f + U_f = ۰ + \frac{۱}{۲} h d^۲$$

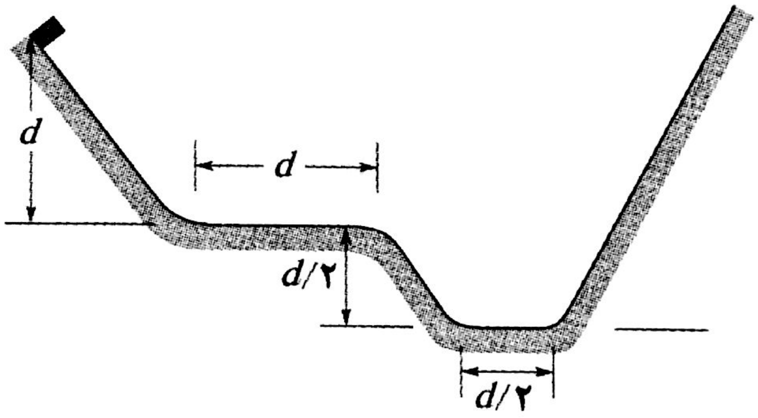
$$E_i = K_i + U_i = ۰ + mg(d + ۳/۷)$$

$$-۴۴۰۰ y = +\frac{۱}{۲} k d^۲ - mg(d + ۳/۷)$$

$$y = ۱۵\,\mathrm{m}$$

Scanned by CamScanner

●●●۶۴- در شکل ۸–۵۸ ، قطعه‌ای که در ارتفـاع $d = ۴۰\text{cm}$ از حالت سـکون رهـا شـده اسـت، پـس از آنکـه بـر شـیب بـدون اصطکاکی رو به پایین می‌لغزد، وارد اولین بخش مسطح می‌شود کـه طول آن d و ضریب اصطکاک جنبشی آن ۰/۵۰ است. اگر قطعه باز هم به حرکت خود ادامه دهد، آنگاه بر شیب بدون اصـطکاک دومـی به بلندی $d/۲$ رو به پایین می‌لغزد و سپس وارد ناحیهٔ مسطح دومی می‌شود که طول آن $d/۲$ و ضـریب اصـطکاک جنبشـی آن دوبـاره ۰/۵۰ است. اگر باز قطعه به حرکت خود ادامه دهد، از شیب بـدون اصطکاک دیگری آنقدر بالا می‌رود تا بـه توقـف (لحظـه‌ای) برسـد. قطعه در کجا متوقف می‌شود؟ اگر محل توقف نهایی آن روی یکـی از بخش‌های مسطح باشد، آن بخش را تعیین کنید و فاصلهٔ L از لبـهٔ چپ آن را به دست آورید. اگر قطعه به شیب آخری می رسد، ارتفـاع H محل توقف لحظه‌ای را از بالای پایین‌ترین بخش مسطح به دست آورید.



شکل ۸–۵۸ مسئلهٔ ۶۴

حل:

$$W_{f_k} = E_f - E_i$$

$$-W_{f_k} = +f_k d + f_k d/۲ = +\mu_k mgd + \mu_k mgd/۲$$

$$= +\frac{۳}{۲}\mu_k mg\, d$$

Scanned by CamScanner

$$E_i = mgd + mg\frac{d}{۲} = \frac{۳}{۲}mgd$$

با جایگذاری داریم:

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow E_f = W_{f_k} + E_i$$

$$E_f = \frac{۳}{۲}mgd - \frac{۳}{۲}mgd\mu_k = \frac{۳}{۲}mgd(۱-\mu_k)$$

$$= \frac{۳}{۲}mgd(۱-۰/۵)$$

یعنی ذره در پایان دومین بخش مسطح دارای انرژی جنبشی است و از سطح شیب‌دار سمت راست بالا می‌رود.

$$E_f = \frac{۳}{۴}mgd$$

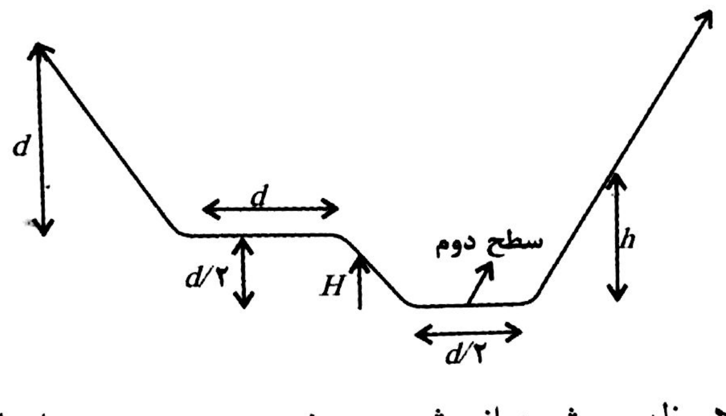
$$mgh = E_f \Rightarrow mgh = \frac{۳}{۴}mgd \Rightarrow h = ۰/۷۵d$$

جسم در بازگشت دوباره بر اثر اصطکاک انرژی از دست می‌دهد. در روی سطح دوم داریم:

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow E_f = -\mu_k mgd/۲ + \frac{۳}{۴}mgd$$

$$= mgd\left(\frac{۳}{۴} - ۰/۲۵\right)$$

$$E_f = ۰/۵mgd$$

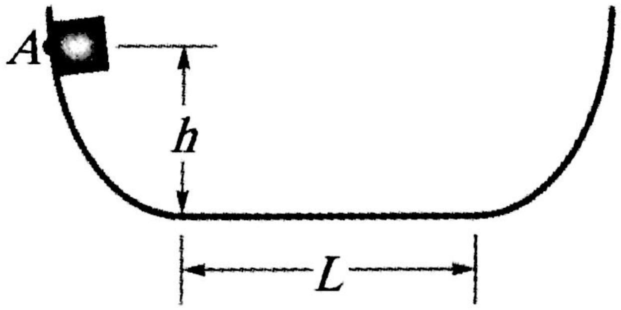


دوباره ملاحظه می‌شود انرژی جنبشی جسم در پایان سطح بزرگتر از صفر است. بنابراین جسم از شیب سمت چپ بالا می‌رود.

$$E_f = mgH \Rightarrow ۰/۵mgd = mgH \Rightarrow H = ۰/۵d = ۲۰\text{cm}$$

Scanned by CamScanner

●●●۶۵- GO قطعهٔ کوچکی می‌تواند در امتداد مسیری که بخش میانی آن مسطح و دو انتهای آن بالا آمده است، مطابق شکل ۸-۵۹ بلغزد. طول قسمت مسطح برابر با $L = ۴۰\text{cm}$ است. بخش‌های خمیدهٔ مسیر بدون اصطکاک‌اند، ولی ضریب اصطکاک جنبشی بخش مسطح برابر $\mu_k = ۰/۲۰$ است. قطعه در نقطهٔ A به ارتفاع $h = L/۲$، از حالت سکون رها شده است. قطعه سرانجام در چه فاصله‌ای از لبهٔ سمت چپ قسمت مسطح، متوقف می‌شود؟



شکل ۸-۵۹ مسئلهٔ ۶۵

Scanned by CamScanner

حل: به دلیل وجود اصطکاک می‌نویسیم

$$W_{f_k} = E_f - E_i$$

زمانی که جسم ساکن می‌شود $E_f = ۰$ است.

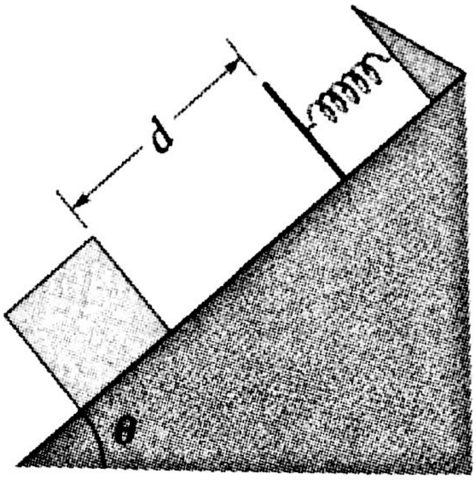
$$W_{f_k} = -E_i \Rightarrow -mgh = -\mu_k mg x$$

$$x = \frac{gh}{\mu_k} = \frac{h}{\mu_k} = \frac{۰/۲}{۰/۲} = ۱\text{m}$$

یعنی جسم باید طول ۱m را روی سطح طی کند که می‌شود $۲/۵ = \frac{۱}{۰/۴}$ برابر طول مسیر. یعنی رفت، برگشت و دوباره یک رفت به اندازهٔ نصف طول مسیر یعنی ۲۰cm از سمت چپ.

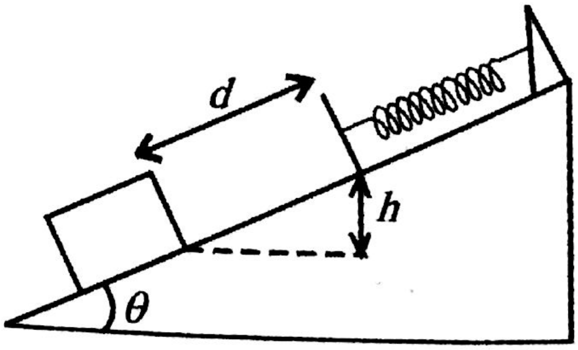
Scanned by CamScanner

۶۷- SSM فنـری $(k = ۲۰۰\text{N/m})$ در انتهـای سـطح شـیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ شیب $\theta = ۴۰°$ ثابت شده است (شکل ۸-۶۰) قطعه‌ای به جرم ۱/۰kg از مکان اولیه‌اش که بـه فاصـلهٔ $d = ۰/۶۰\text{m}$ از انتهای فنر آزاد قرار دارد، با انرژی جنبشی اولیهٔ ۱۶ J رو به بالای شیب پرتاب می‌شـود. (الف) در لحظـه‌ای کـه قطعه، فنر را به اندازهٔ ۰/۲۰m فشرده می‌کند، انرژی جنبشی آن چقدر است؟ (ب) برای آنکه قطعه در هنگامی که فنر به انـدازهٔ ۰/۴۰m فشرده شده است به طور لحظه‌ای متوقف شود، انرژی جنبشی قطعه موقع پرتاب باید چقدر باشد؟



شکل ۸-۶۰ مسئلهٔ ۶۷

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم.



Scanned by CamScanner

$$E_i = E_f$$

$$E_i = ۱۶\,\text{J} \qquad h = (d + x)\sin\theta$$

$$E_f = K_f + mg(d + x)\sin\theta + \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$E_f = K_f + ۱ \times ۹/۸(۰/۶ + ۰/۲)\sin(۴۰^{\circ}) + \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰ \times (۰/۲)^{۲} = ۹\text{J}$$

$$K_f = E_i - ۹ = ۱۶ - ۹ = ۷\,\text{J}$$

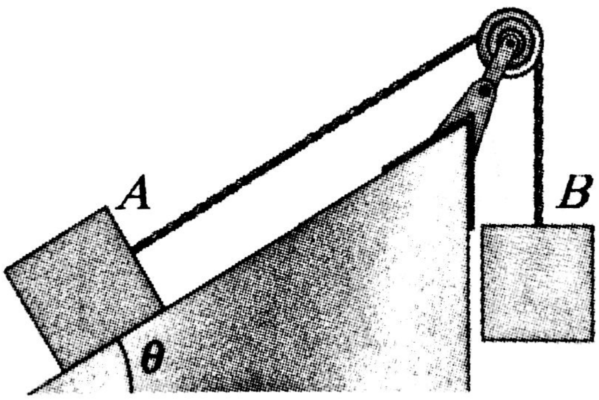
(ب) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم:

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i = mg(d + x)\sin\theta + \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$K_i = ۹/۸(۰/۶ + ۰/۴)\sin(۴۰) + \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰(۰/۴)^{۲} = ۲۲\,\text{J}$$

Scanned by CamScanner

۶۹- SSM در شکل ۸-۶۱ ، جرم قرقره ناچیز است، و قرقره و سطح شیبدار هر دو بدون اصطکاک‌اند. جرم قطعهٔ A برابر ۱/۰ kg، جرم قطعهٔ B برابر ۲/۰ kg، و زاویهٔ θ برابر °۳۰ است. اگر قطعه‌ها که با ریسمان محکمی به هم متصل شده‌اند از حالت سکون رها شوند، هنگامی که قطعهٔ B به اندازهٔ ۲۵cm سقوط کند، انرژی جنبشی کل آنها چقدر است؟



شکل ۸-۵۸ مسئلهٔ ۶۱

حل: از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. حالت ابتدایی سیستم را $U=0$ در نظر می‌گیریم.

Scanned by CamScanner

$E_i = E_f$ جسم A به اندازهٔ $h = y\sin\theta$ بالا می‌رود.

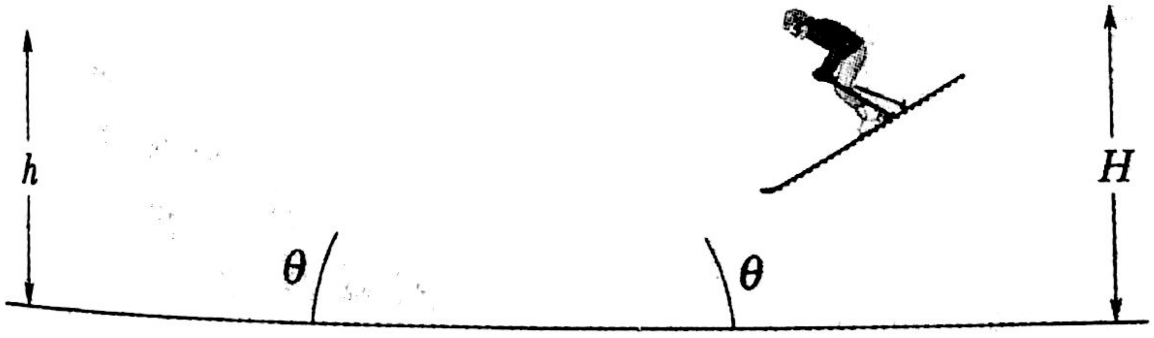
$$\circ = \frac{۱}{۲} m_A v_A^{۲} + \frac{۱}{۲} m_B v_B^{۲} + m_A g y \sin\theta - m_B g y$$

$$\frac{۱}{۲}(m_A v_A^{۲} + m_B v_B)^{۲} = m_B g y - m_A g y \sin\theta = g y (m_B - m_A \sin\theta)$$

$$K_A + K_B = ۹/۸ \times ۰/۲۵(۲ - ۰/۵ \times ۱) = ۳/۷\,\mathrm{J}$$

Scanned by CamScanner

۷۲- دو قلـــهٔ برفـــی دارای بلنـــدی‌هـــای $H = ۸۵۰\,m$ و $h = ۷۵۰\,m$ هستند که یک دره میان آنها قرار دارد. یـک مسیر اسکی به طول کلی ۳/۲ km و شیب میانگین $\theta = ۳۰^\circ$ میان دو قله امتداد یافته است (شکل ۸–۶۲). (الف) اسکی‌بازی از حالت سـکون از قلـهٔ بلنـدتر شـروع بـه حرکـت مـی‌کنـد. اگـر او از چوب‌های اسکی استفاده نکند و اصطکاک ناچیز باشـد، بـا چه تندی‌ای به نوک قلهٔ کوتاه‌تر مـی‌رسـد؟ (ب) بـه‌طـور تقریبـی، ضریب اصطکاک جنبشی بین برف و اسکی‌ها باید چقدر باشـد تا او درست در نوک قلهٔ کوتاه‌تر متوقف شود؟



شکل ۸–۶۲ مسئلهٔ ۷۲

حل: (الف)

$$E_i = E_f$$

$$MgH = mgh + K \Rightarrow K = mg(H - h)$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = mg(H - h) \Rightarrow v = \sqrt{۲g(H - h)}$$

$$v = \sqrt{۱۹/۶ \times ۱۰۰} = ۴۴\,m/s$$

Scanned by CamScanner

(ب)

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow -f_k d = mgh - mgH$$

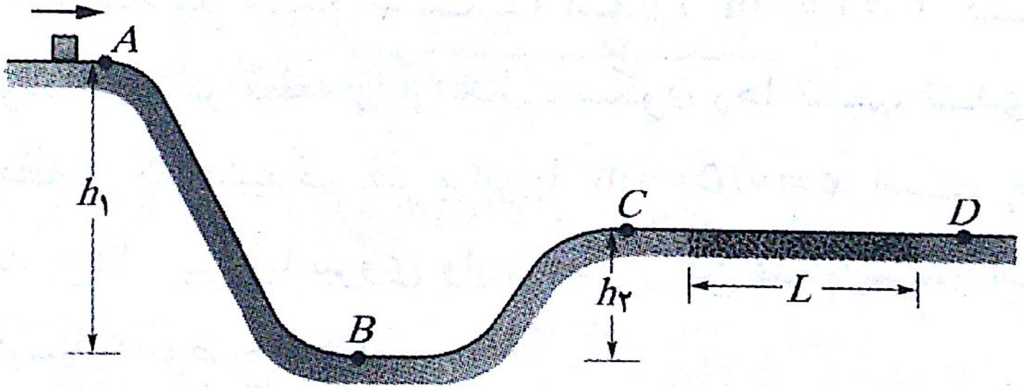
$$f_k = \mu_k mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow -\mu_k mgd\cos\theta = mg(h-H)$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{H-h}{d\cos\theta} = \frac{۱۰۰}{۳۲۰۰\times ۰/۸۶} = ۰/۰۳۶$$

Scanned by CamScanner

۸۶- GO در شکل ۸-۶۸، قطعهٔ کوچکی از نقطهٔ A با تندی ۷/۰m/s فرستاده می‌شود. مسیر قطعه تا هنگامی که به بخشی به طول $L=۱۲\text{m}$ برسد، که در آنجا ضریب اصطکاک جنبشی برابر ۰/۷۰ است، بی اصطکاک است. بلندی‌های مشخص شده در شکل $h_۱=۶/۰\text{m}$ و $h_۲=۲/۰\text{m}$ است. تندی قطعه در (الف) نقطهٔ B و (ب) نقطهٔ C چقدر است؟ (پ) آیا قطعه به نقطهٔ D می‌رسد؟ اگر می‌رسد، تندی آن در آنجا چقدر است؟ و اگر نمی‌رسد، چه مسافتی را در بخش با اصطکاک طی می‌کند؟



شکل ۸-۶۸ مسئلهٔ ۸۶

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. $E_i=E_f$

$$\frac{۱}{۲}mv_i^۲+mgh_i=\frac{۱}{۲}mv_f^۲ \Rightarrow v_f^۲=v_i^۲+۲gh_i$$

$$h_i=h_۱$$

$$v_f=\sqrt{۴۹+۱۹/۶\times۶}=۱۳\,\text{m/s}$$

(ب) $$E_i=E_f \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_i^۲+mgh_۱=\frac{۱}{۲}mv_f^۲+mgh_۲$$

$$v_f^۲=v_i^۲+۲g(h_۱-h_۲) \Rightarrow v_f=\sqrt{۴۹+۱۹/۶\times۴}$$

$$=۱۱/۲۹\text{m/s}\approx۱۱\text{m/s}$$

(پ) انرژی جنبشی ذره را در پایان طول L می‌یابیم.

Scanned by CamScanner

$$W_{fh} = E_f - E_i$$

$$-f_k L = \frac{۱}{۲} m v_f^{۲} + mgh_{۲} - \frac{۱}{۲} m v_i^{۲} - mgh_{۱}$$

$$-\mu mgL = \frac{۱}{۲} m v_f^{۲} - \frac{۱}{۲} m v_i^{۲} + mg\,(h_{۲} - h_{۱})$$

$$\frac{۱}{۲} v_f^{۲} = \frac{۱}{۲} v_i^{۲} + g(h_{۱} - h_{۲}) - \mu gl$$

با عددگذاری ملاحظه می‌شود که انرژی جنبشی منفی می‌گردد پس ذره به D نمی‌رسد. طولی که روی سطح می‌پیماید را می‌یابیم.

$$K_f = ۰$$

$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow -\mu_k mgx = mgh_{۲} - \frac{۱}{۲} m v_i^{۲} - mgh_{۱}$$

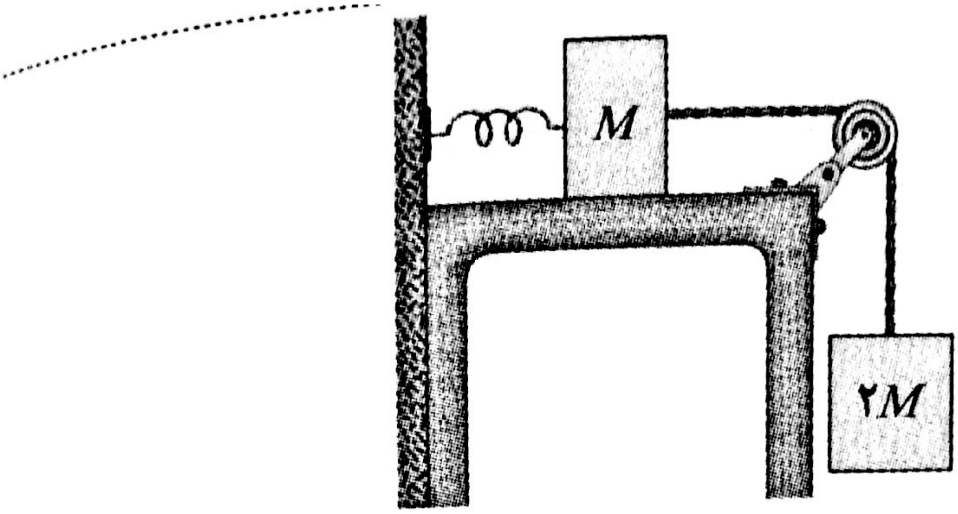
$$\mu_k gx = \frac{۱}{۲} v_i^{۲} + g(h_{۱} - h_{۲}) \Rightarrow x = \frac{\frac{۱}{۲} v_i^{۲} + g(h_{۱} - h_{۲})}{\mu_k g}$$

$$x = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۴۹ + ۴ \times ۹/۸}{۰/۷ \times ۹/۸} = ۹/۳\,\text{m}$$

Scanned by CamScanner

۹۱- GO همان‌گونه که در شکل ۸-۷۰ نشان داده شده است، دو قطعه به جرم‌های $M = ۲/۰\text{kg}$ و $۲M$ به فنری با ثابت فنر $k = ۲۰۰\text{N/m}$ متصل شده‌اند که یک سر آن به دیواری ثابت شده است. سطح افقی و قرقره بدون اصطکاک‌اند و می‌توان جرم قرقره را نادیده گرفت. قطعه‌ها از حالت سکون در وضعیتی که فنر واهلیده است، رها می‌شوند. وقتی قطعهٔ آویزان به اندازهٔ $۰/۰۹۰\text{m}$ سقوط کرد (الف) انرژی جنبشی ترکیب دو قطعه و (ب) انرژی جنبشی قطعهٔ آویزان چقدر است؟ (پ) فاصلهٔ بیشینه‌ای که قطعهٔ آویزان تا پیش از توقف لحظه‌ای سقوط می‌کند چقدر است؟

Scanned by CamScanner



شکل ۸–۷۰ مسئلهٔ ۹۱

حل: (الف) از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم. مکان جسم M در حالت اول را $U=\circ$ در نظر می‌گیریم.

$$E_i = E_f \Rightarrow \circ = K_M + K_{۲M} + \frac{۱}{۲}kx^{۲} - ۲Mgx$$

$$(K_M + K_{۲M}) = ۲Mgx - \frac{۱}{۲}kx^{۲}$$

$$(K_M + K_{۲M}) = ۴\times ۹/۸ \times \circ/\circ ۹ - \frac{۱}{۲}\times ۲\circ\circ \times (\circ/\circ ۹)^{۲} = ۲/۷\text{J}$$

(ب) $$K_{۲M} = ۲K_M \Rightarrow \frac{۳}{۲}K_{۲M} = ۲/۷\text{J} \Rightarrow K_{۲M} = ۱/۸\text{J}$$

(پ) در زمان توقف انرژی جنبش صفر است.

$$\circ = \circ + \frac{۱}{۲}kx^{۲} - ۲Mgx \Rightarrow \frac{۱}{۲}kx^{۲} - ۲Mgx = \circ$$

$$\frac{۱}{۲}kx = ۲Mg \Rightarrow x = \frac{۴Mg}{k} \Rightarrow x = \frac{۴\times ۲\times ۹/۸}{۲\circ\circ} = \circ/۳۹\text{m}$$

Scanned by CamScanner

۱۲۴- بزرگی نیروی گرانشی میان دو ذره، یکی به جرم m_1 و دیگری به جرم m_2 با رابطه زیر داده می‌شود

$$F(x) = G\frac{m_1 m_2}{x^2}$$

که در آن G مقداری ثابت و x فاصلهٔ میان دو ذره است (الف) تابع انرژی پتانسیل $U(x)$ وابسته به این نیرو را به‌دست آورید. فرض کنید به ازای x مثبت، وقتی $x \to \infty$ آن‌گاه $U(x) = 0$. (ب) برای افزایش فاصله جدایی دو ذره از $x = x_1$ به $x = x_1 + d$، چقدر باید کار انجام شود؟

حل: (الف) از معادلهٔ ۸-۶ و با توجه به این که در $x = \infty$ انرژی پتانسیل صفر می‌شود، داریم

$$U(x) = -G\frac{m_1 m_2}{x}$$

(ب)

$$W = \frac{G m_1 m_2}{x_1} - \frac{G m_1 m_2}{x_1 + d} = \frac{G m_1 m_2 d}{x_1 (x_1 + d)}$$

Scanned by CamScanner